

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Soluție

$$1.a) \det(M) = \begin{vmatrix} m & 1 & 1 \\ 1-m & 2 & 1 \\ 2m+1 & 2m+1 & 1 \end{vmatrix} = -4m^2 + m - 1.$$

$$b) -4m^2 + m - 1 = -(4m^2 - m + 1) \neq 0, \forall m \in \mathbb{R}.$$

$$c) |\det(M)| = \left(2m - \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{15}{16} \geq \frac{15}{16} \Rightarrow S_{ABC} \geq \frac{15}{32}.$$

$$2.a) M = \begin{pmatrix} \hat{2} & \hat{1} \\ -\hat{1} & \hat{2} \end{pmatrix}.$$

$$b) \begin{pmatrix} \hat{2} & \hat{1} \\ -\hat{1} & \hat{2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \hat{3} & \hat{1} \\ -\hat{1} & \hat{3} \end{pmatrix} = O_2.$$

$$c) \text{ Dacă } X = \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix}, \text{ atunci } X^2 = \begin{pmatrix} a^2 - b^2 & \hat{2}ab \\ -\hat{2}ab & a^2 - b^2 \end{pmatrix}. a^2, b^2 \in \{\hat{0}, \hat{1}, \hat{4}\}. \text{ Cum } a^2 - b^2 = \hat{2} \Rightarrow a^2 = \hat{1} \text{ și}$$

$$b^2 = \hat{4}, \text{ adică } a \in \{\hat{1}, \hat{4}\} \text{ și } b \in \{\hat{2}, \hat{3}\}. \text{ Cum } ab = \hat{3} \text{ rezultă soluțiile } X_1 = \begin{pmatrix} \hat{1} & \hat{3} \\ -\hat{3} & \hat{1} \end{pmatrix} \text{ și } X_2 = \begin{pmatrix} \hat{4} & \hat{2} \\ -\hat{2} & \hat{4} \end{pmatrix}.$$